MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HUNEDOARA
romania2019.eu
Societatea de Științe Matematice din România

Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa naţională, Hunedoara, 23 aprilie 2019

CLASA a VI-a – subiecte

Problema 1. Se consideră un număr raţional r şi numerele naturale $a_1, a_2, \ldots a_6$, $b_1, b_2, \ldots b_6$ astfel încât $1 \leq b_1 < b_2 < \ldots < b_6 \leq 11$ şi

$$r = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = \frac{a_5}{b_5} = \frac{a_6}{b_6}.$$

Arătaţi că r este număr întreg.

Problema 2. Determinaţi toate perechile (a, b) de numere naturale pentru care fracţiile

$$\frac{3a+8b+2}{10a+2b+1} \quad \text{şi} \quad \frac{8a+b+3}{2a+7b+3}$$

reprezintă, simultan, numere naturale.

Problema 3. Determinaţi cel mai mare număr natural n pentru care este îndeplinită condiţia

există n semidrepte distincte două câte două, cu aceeaşi origine, astfel încât măsura oricărui unghi format de aceste semidrepte este un număr natural care nu este prim.

Problema 4. În interiorul unghiului propriu $\widehat{AOD}$ considerăm punctele B şi C astfel încât $OA = OB$, $OD = OC$, segmentele AC şi BD se intersectează în punctul P, iar semidreapta (PO este bisectoarea unghiului $\widehat{APD}$. Arătaţi că unghiurile $\widehat{AOB}$ şi $\widehat{COD}$ sunt congruente.

Timp de lucru 2 ore. Se adaugă 60 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.